Laboratorio di Fisica Terrestre e dell'Ambiente
Proprietà elettriche di suoli e rocce
- Conducibilità -

Anno Accademico 2009/2010

Docente:Elena Pettinelli

Proprietà elettriche di suoli e rocce anidre

Leggi di Ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$$

$$R = \rho \left(\frac{L}{A} \right)$$

Dove ♦ e ρ sono proprietà intrinseche dei materiali indipendenti dalla geometria del campione

Per un campo E statico applicato ad un materiale, la velocità di deriva delle cariche vale

$$\vec{v} = \mu \vec{E}$$

$$\vec{J} = nq\vec{v}$$

$$da\ cui$$

$$\sigma = nq\mu$$

Dove μ è la mobilità delle cariche ed n il numero di portatori di carica per unità di volume

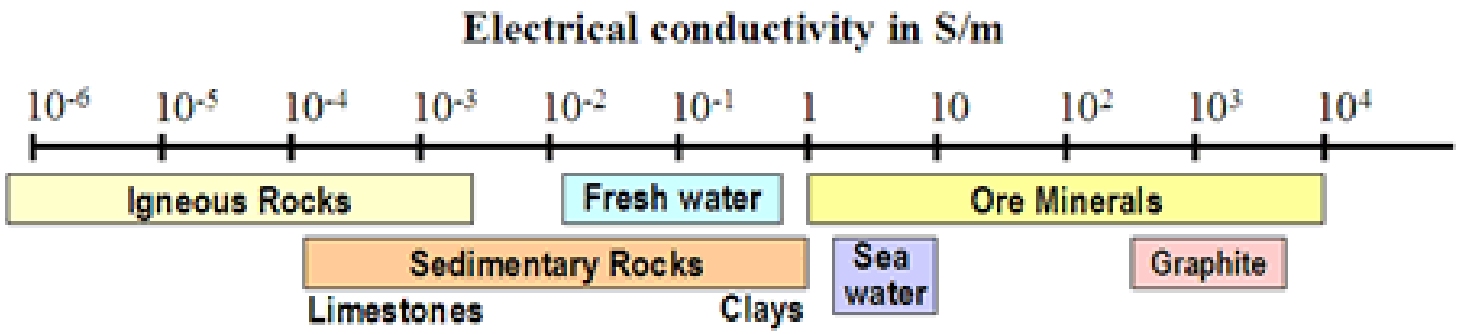
Proprietà elettriche di suoli e rocce anidre

Le rocce sono (generalmente) dei cattivi conduttori e presentano, quindi, alta resistività

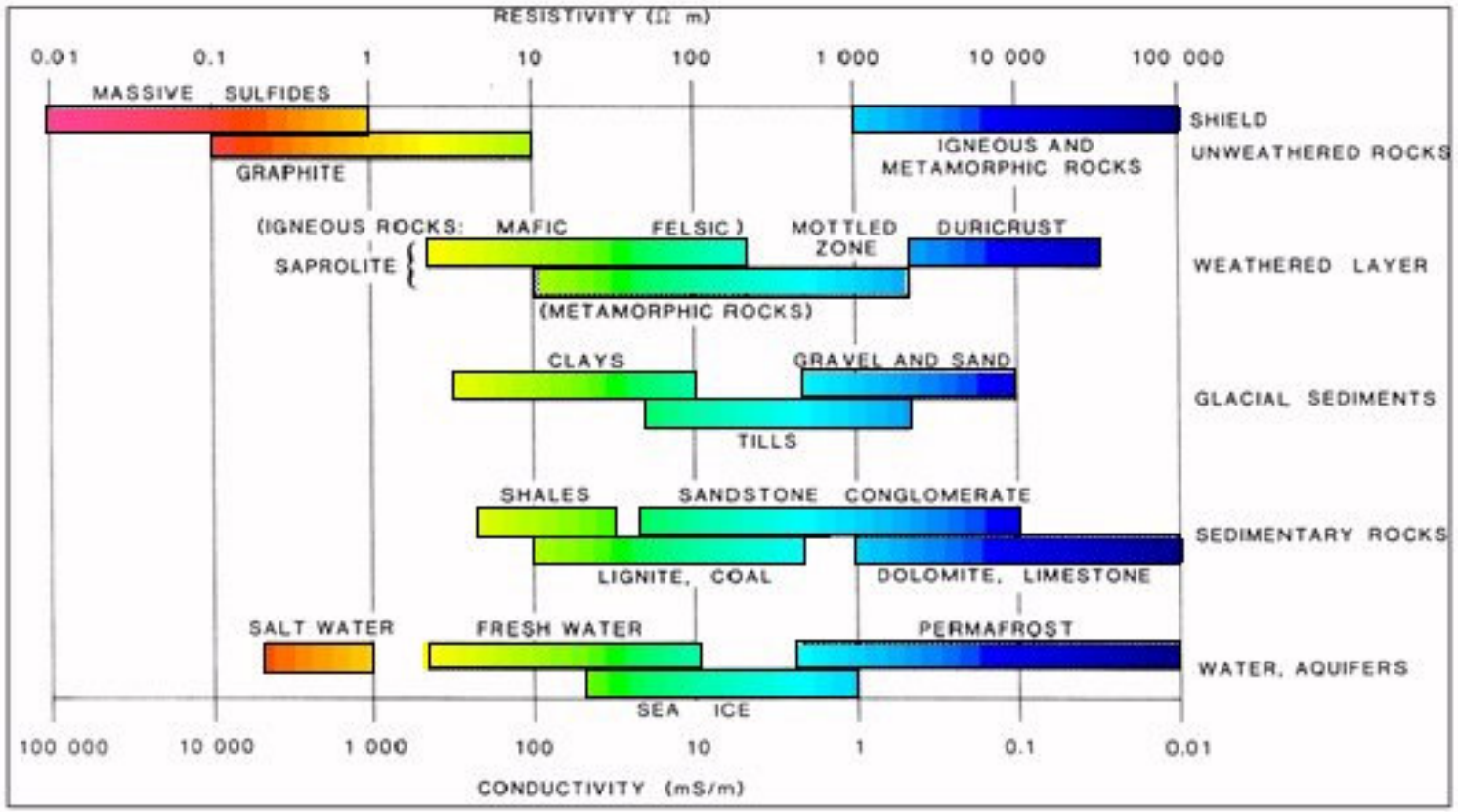
Le resistività di minerali e rocce variano in un ampio spettro di valori

Argento nativo --> 1.6×10^{-8} Ωm
Zolfo puro --> 10^{16}Ωm

- **Le *rocce ignee* sono le più resistive**
- **Le *rocce sedimentarie* le più conduttive**
- **Le *rocce metamorfiche* si collocano tra le due**



Proprietà elettriche di suoli e rocce anidre



Proprietà elettriche di una soluzione elettrolitica

L'acqua è presente nel suolo e nelle rocce sottoforma di soluzione elettrolitica ed è il fattore principale che controlla le proprietà elettriche di suoli e rocce

Elettroliti

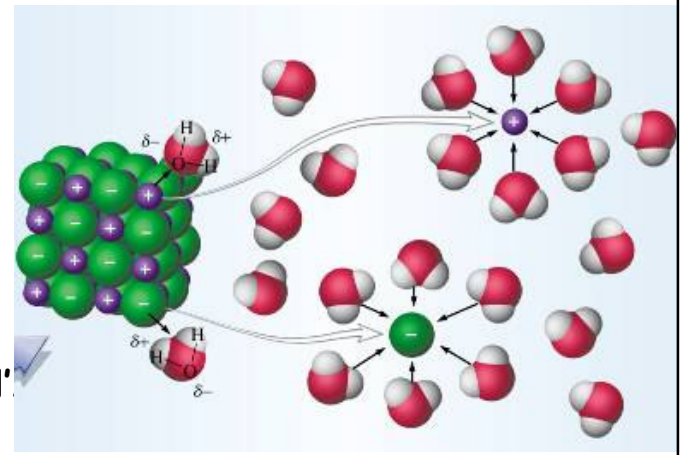
Composti a struttura ionica ($NaCl$, $CuSO_4$, ecc.)
Composti a struttura covalente (HCl, NH_3, ecc.)

In solventi polari (H_2O, ecc.) → **Puri in fase liquida**

Dissociazione completa o parziale in ioni positivi e ioni negativi

Elettroliti forti → Dissociazione completa (acidi e basi forti, sali)
Elettroliti deboli → Dissociazione parziale (acidi e basi deboli)

Tali soluzioni sono dette conduttori di seconda specie, poiché la conduzione avviene attraverso il trasporto di materia (ioni)



Proprietà elettriche di una soluzione elettrolitica

La resistenza elettrica *R* di una porzione di soluzione elettrolitica di lunghezza *l* e sezione *S* vale:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$$

dove ρ è la resistività, il cui reciproco σ prende il nome di conduttività o conducibilità specifica:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{RS}$$

Usualmente *l* si misura in cm, *S* in cm^2 e *R* in ohm (Ω). Quindi l'unità di misura di σ è l' $\Omega^{-1}cm^{-1}$ ovvero S cm^{-1}.

Proprietà elettriche di una soluzione elettrolitica

La conducibilità elettrica di una soluzione elettrolitica dipende da:
- **concentrazione,**
- **carica ionica**
- **mobilità degli ioni**
- **temperatura**

La teoria elementare degli elettroliti consente di ricavare per la conduttività la seguente espressione:

$$\sigma = \sum_i \mu_i z_i C_i \mathrm{F}$$

dove μ_i, C_i e z_i sono rispettivamente la mobilità elettrica, la concentrazione e la carica di ogni specie ionica *i* presente nell'elettrolita ed F è la costante di Faraday.

Proprietà elettriche di una soluzione elettrolitica

TABLE 3.4 ION MOBILITIES IN LOW CONCENTRATION
(AT 25 ^{o} C., meters per second/volts per meter)

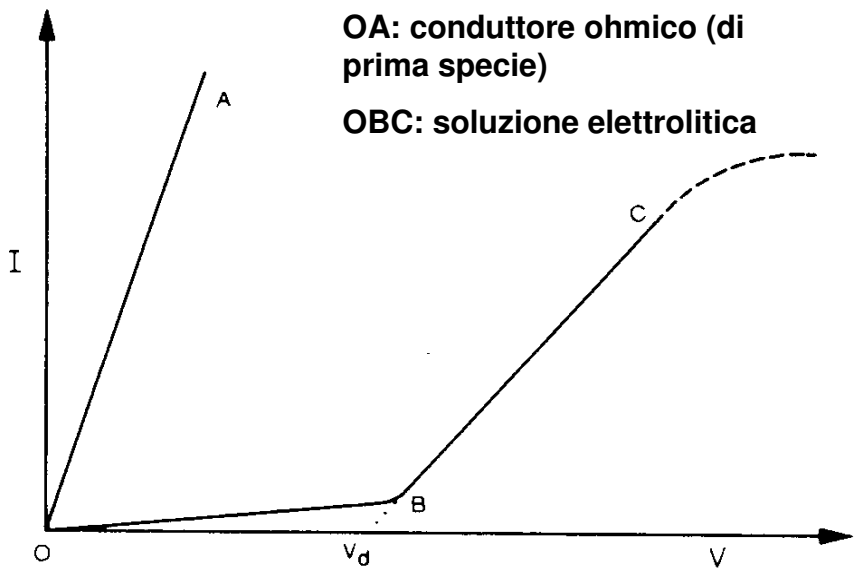
H^+	36.2×10^{-8}
OH^-	20.5×10^{-8}
$SO^=$	8.3×10^{-8}
Na^+	5.2×10^{-8}
Cl^-	7.9×10^{-8}
K^+	7.6×10^{-8}
NO_3^-	7.4×10^{-8}
Li^{+3}	$4.0 \times 10^{-8-}$
HCO_3^-	4.6×10^{-8}

$$\mu_i = \frac{q}{6\pi\eta r}$$

$r =$ raggio effettivo dello ione

$\eta =$ viscosità dell'acqua

Proprietà elettriche di una soluzione elettrolitica



OA: conduttore ohmico (di prima specie)

OBC: soluzione elettrolitica

Nelle soluzioni elettrolitiche per avere un apprezzabile passaggio di corrente deve essere superato un valore di ddp (Vd) detto potenziale di decomposizione (o di elettrolisi) che è caratteristico per ogni elettrolita

Il tratto BC è lineare, tuttavia altre il punto C la corrente tende a raggiungere un valore costante poiché corrisponde al massimo valore di migrazione degli ioni agli elettrodi (valore che dipende dalla concentrazione, dalla temperatura e dalla viscosità della soluzione)

Proprietà elettriche dell'acqua nei suoli

L'acqua presente nelle rocce e nei suoli è una soluzione elettrolitica di composizione e concentrazione varia, in funzione del tipo di roccia -serbatoio e della sua storia geologica.

La conducibilità dell'acqua pura in corrente continua è dell'ordine dei 10^{-6} S/m. La presenza di ioni disciolti, anche per basse concentrazioni, modifica notevolmente tale valore, cosicché una tipica acqua di lago può raggiungere valori di 10^{-2} S/m, mentre l'acqua di mare ha un valore di circa 5 S/m.

CONDUCTIVITY AND SALINITY OF WATERS

- **CONDUCTIVITY** (Siemens) = 1 / resistivity (ohm.m)
- **USUAL UNIT** of conductivity = microS / cm

Conductivity (microS / cm) = 10^4 / resistivity (ohm.m)

- **SALINITY** (mineralization): Total Dissolved Salt (TDS)

TDS (mg / l) = 0.7 x conductivity (microS / cm)

- **NUMERIC VALUES FOR VARIOUS TYPES OF WATER:**

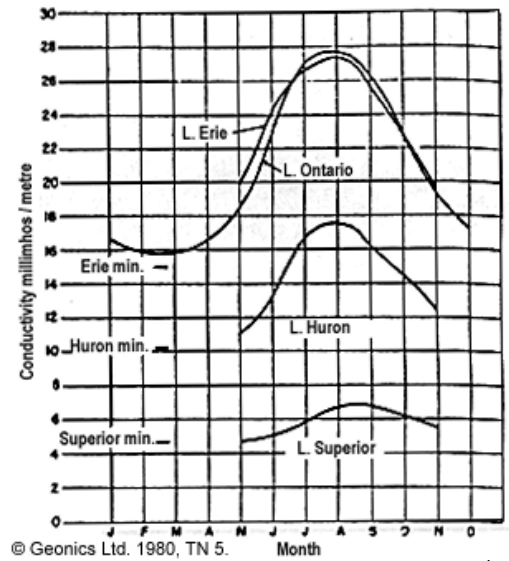
Type of water	*Resistivity ohm.m*	*Conductivity microS / cm*	*Salinity mg / l*
very fresh	200	50	35
fresh	20	500	350
salted	10	1 000	700
very salted (sea water)	0.3	30 000	21 000

Usual rule for drinkable water: resistivity > 10 ohm.m ⟺ conductivity < 0.7 g/l

Proprietà elettriche dell'acqua nei suoli

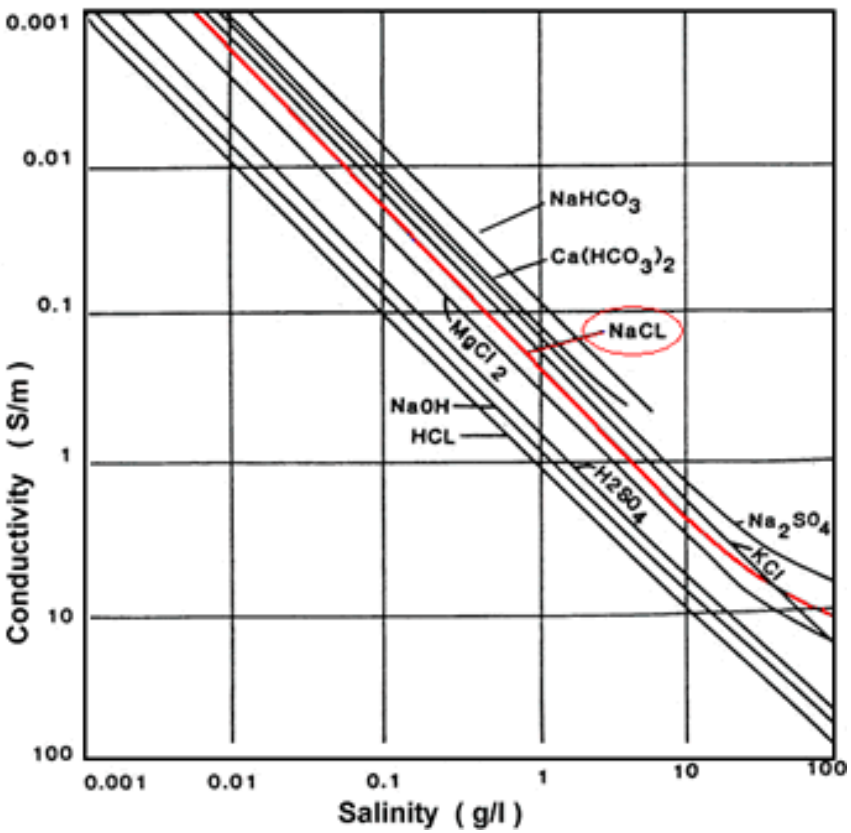
Typical conductivities of electrolytes, and examples from the Great Lakes.

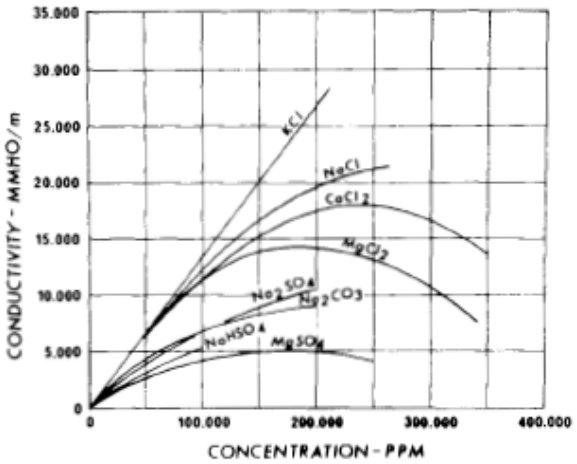
Natural source	mS/m
Meteoric waters (from precipitation)	1 to 30
Surface waters (lakes & rivers)	0.3 for very pure waters 10,000 for salt lakes 2 to 30 in igneous regions 10 to 100 in sedimentary regions
Soil waters	Up to 10,000 average around 10
Ground water	6 to 30 in igneous regions 1,000 in sedimentary regions
Mine waters (copper, zinc etc. i.e. sulphates)	not usually less than 3,000
Note that Lake Superior is the westernmost lake and therefore in an igneous region, while Lake Ontario is the easternmost or sedimentary region. This may contribute to the generally more conductive waters of the eastern lakes.	



The UBC Geophysical inversion facility

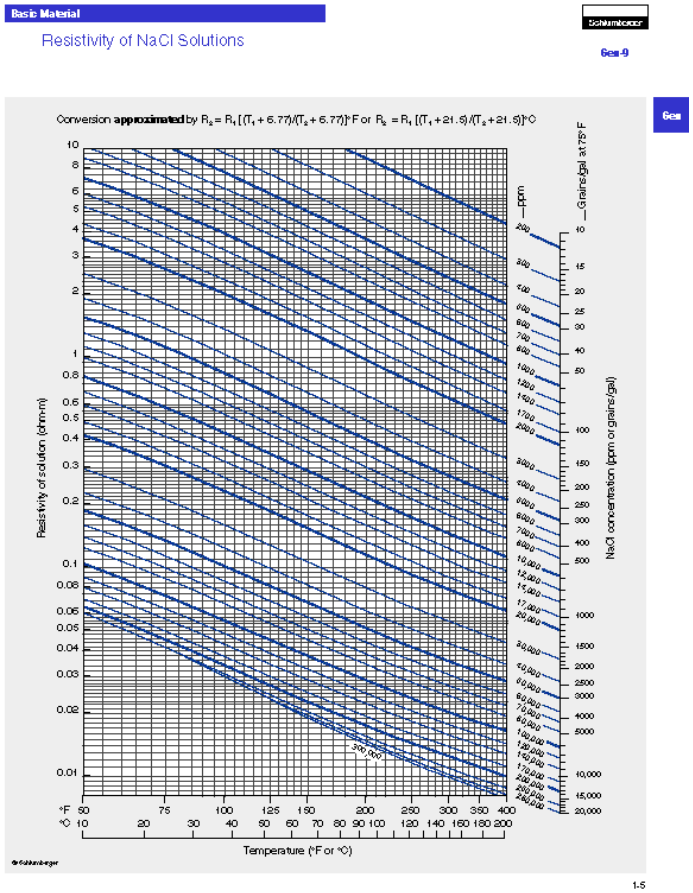
Proprietà elettriche dell'acqua nei suoli





Adapted from **Keller and Frischknecht**, 1996

Proprietà elettriche dell'acqua nei suoli



La resistività di una soluzione elettrolitica diminuisce all'aumentare della temperatura, poiché contribuisce ad aumentare la mobilità ionica

Formula approssimativa per la temperatura

$$\rho(T) = \frac{\rho_{18°C}}{1+(a-18)}$$

$$T = temperatura$$

$$a \cong 0.025$$

Proprietà elettriche di rocce e suoli con acqua

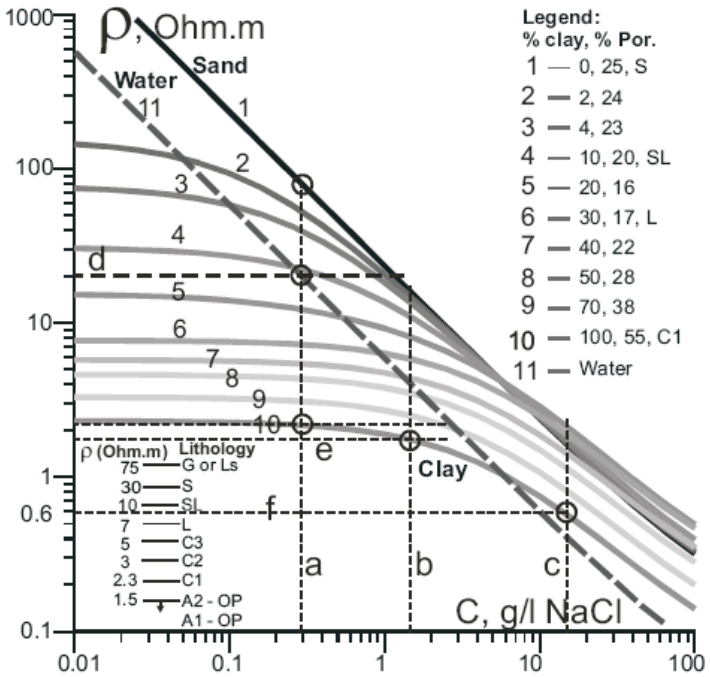


Fig. 6. Theoretical dependence of rocks resistivity on water salinity.

Modelli empirici di conducibilità elettrica

Le informazioni sulle proprietà elettriche possono essere utilizzate per caratterizzare qualitativamente il tipo di roccia o suolo e le proprietà dei fluidi in essi contenuti

I parametri elettrici misurati contengono informazioni complementari riguardanti il materiale.

Modelli petrofisici possono essere utilizzati per interpretare queste misure elettriche in termini di proprietà fisiche e chimiche del materiale

Consideriamo alcuni modelli, indipendenti dalla frequenza, per la risposta a misure di conducibilità elettrica di suoli e rocce

Questi modelli sono applicabili a misure a bassa frequenza dove $\sigma'(\omega) \rightarrow \sigma'_{DC}$

La risposta in conducibilità di suoli e rocce (per *f<1 MHz*) è, principalmente, funzione del contenuto d'acqua, della conducibilità della soluzione saturante e della litologia del campione.

Anche la forma dei pori e dei grani può influenzare la conducibilità

Anche la conducibilità superficiale dell'interfaccia grani/soluzione può essere significativa in materiali a grani fini (argille), specialmente se la conducibilità della soluzione ospite risulta essere bassa

Se la conducibilità della soluzione è nota, le misure di conducibilità elettrica posso essere utilizzate per determinare la porosità di formazioni sature d'acqua o il contenuto d'acqua di formazioni insature

Spesso le misure di conducibilità possono essere utilizzate anche per determinare la salinità dell'acqua nel suolo

Conducibilità efficace

Un suolo od una roccia è composto da fasi diverse, che localmente producono variazioni di ♦.

A livello macroscopico la conducibilità di un campione omogeneo ed isotropo - conducibilità effettiva $♦_{eff}$ – può essere misurata applicando una ΔV tra due piano paralleli posti in Z=0 e z=L e misurando la densità di corrente media $\langle J \rangle$ parallela al campo applicato

$$\left\langle \vec{J} \right\rangle = \frac{1}{A} \iint_S \left(\vec{J} \cdot \hat{z} \right) dS \equiv \sigma_{eff} \left(\frac{\Delta V}{L} \right)$$

A è la sezione perpendicolare alla direzione z

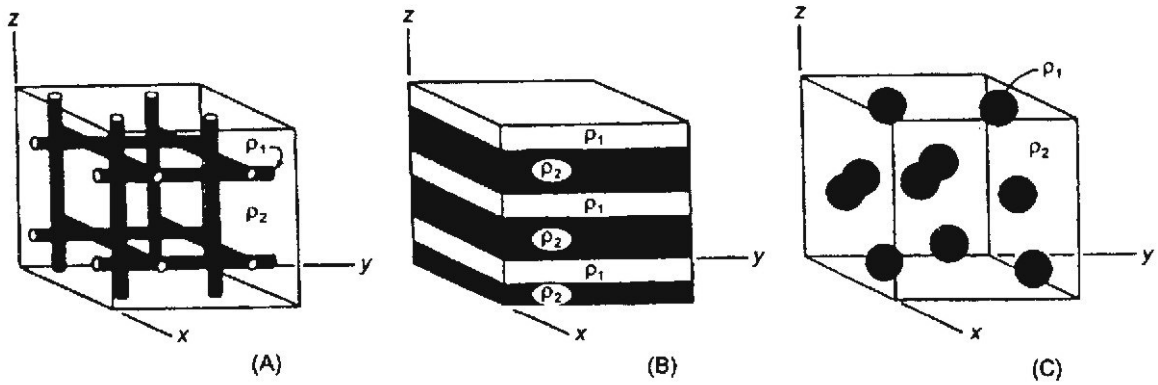
σ_{eff} dipende dalla frazione volumetrica delle fasi costituenti il campione, le loro conducibilità e la microstruttura del campione

Richiami di elettricità

Effetto della geometria

Se due mezzi aventi resistività ρ_1 e ρ_2 sono presenti in un cubo di materiale, le loro reciproche proporzioni e la loro geometria

determinerà la resistività del materiale



La resistività complessiva dei cubi mostrati in figura e diversa anche se le singole resistività sono le stesse.

Conducibilità efficace

Per un modello semplice di conducibilità in serie

$$\frac{1}{\sigma_{eff}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\sigma_i}$$

$$x_i = frazione\ in\ volume$$

Per un modello semplice di conducibilità in parallelo

$$\sigma_{eff} = \sum_{i=1}^{n} x_i \sigma_i$$

$$x_i = frazione\ in\ volume$$

Mezzi saturi

La legge empirica di Archie è la relazione maggiormente utilizzata per determinare la risposta, in termini di conducibilità elettrica efficace, di materiali geologici saturi d'acqua

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma_W}{F} = \sigma_W n^m$$

dove

- ***n*** **è la porosità del mezzo**
- ***F*** **è il fattore di formazione elettrico**
- ***m*** **è l'indice di cementazione**

Mezzi saturi

Il fattore di formazione *F* è una misura intrinseca della microgeometria del materiale

$$F = n^{-m}$$

ed è spesso assunto come indicatore della tortuosità idraulica (*T*)

L'indice di cementazione *m* è un fattore empirico con valore, determinato sperimentalmente, dipendente dalla consolidazione del materiale e compreso fra 1.3 e 2

Mezzi saturi

Il fattore di formazione elettrico (*F*) può essere legato alla tortuosità (*T*) e alla porosità (*n*) di un mezzo tramite la relazione

$$F = \frac{T}{n}$$

con la tortuosità definita come

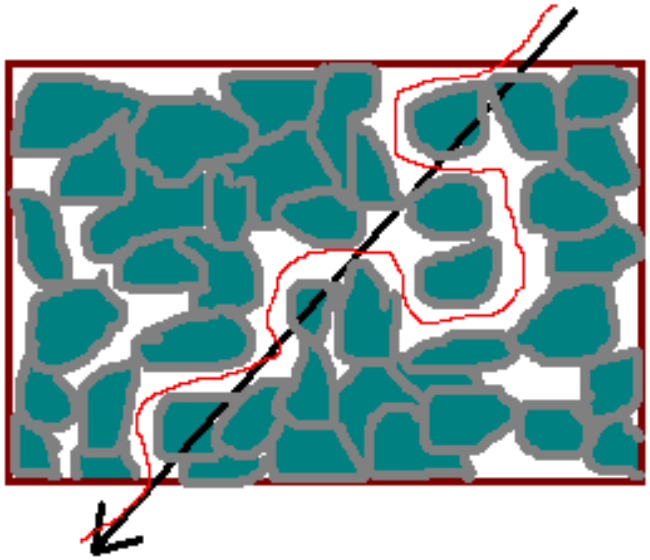
$$T = \left(L_a / L\right)^2$$

dove

Mezzi saturi

$$T = (L_a / L)^2$$

L_a risulta essere l'effettiva lunghezza del percorso del flusso e L la lunghezza del campione



Assumiamo che il flusso attraverso un mezzo poroso possa essere considerato come un flusso attraverso un fascio di capillari e che ogni capillare rappresenti un indipendente percorso di flusso all'interno del campione

Mezzi saturi

La legge di Archie può essere modificata per includere il termine di conducibilità superficiale

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma_W}{F} + \sigma_{surface}$$

In questo modo F e $\sigma_{surface}$ possono essere facilmente, e con buona approssimazione, calcolati graficando linearmente σ_{eff} in funzione di σ_W

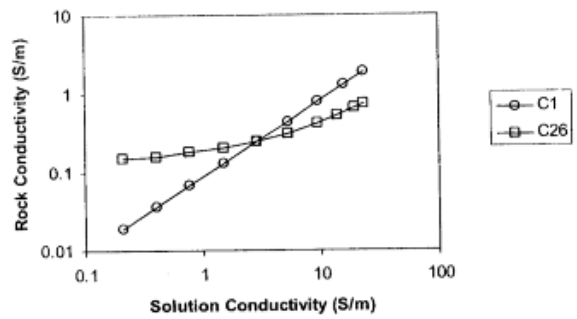


Figure 4.6. Conductivity of two sandstone cores measured as a function of the NaCl solution conductivity (Waxman and Smits, 1968). Surface conductivity effects are negligible in core C1 (n=0.239, Q_v=0.017 meq/cm^3) and significant in core C2 (n=0.229, Q_v=1.47meq/cm^3), which has a much higher cation exchange capacity.

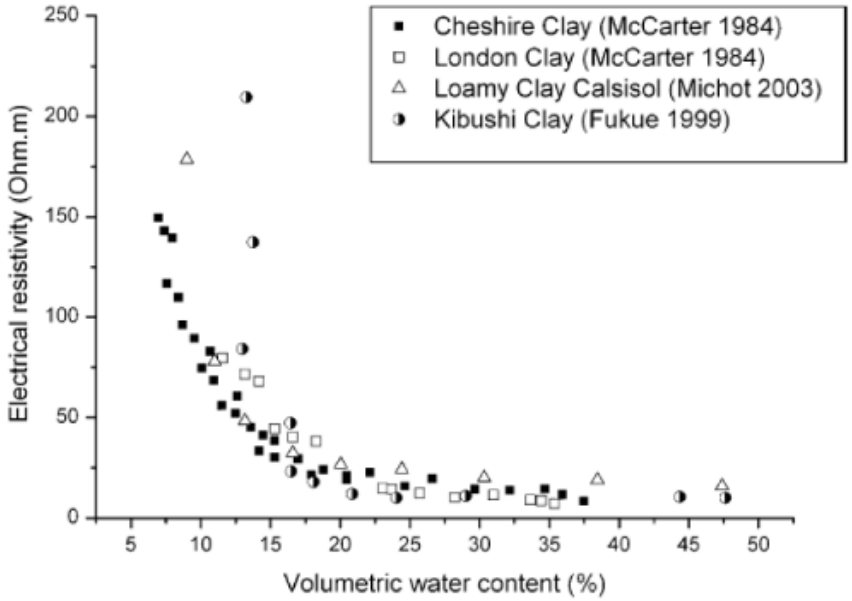
Mezzi saturi

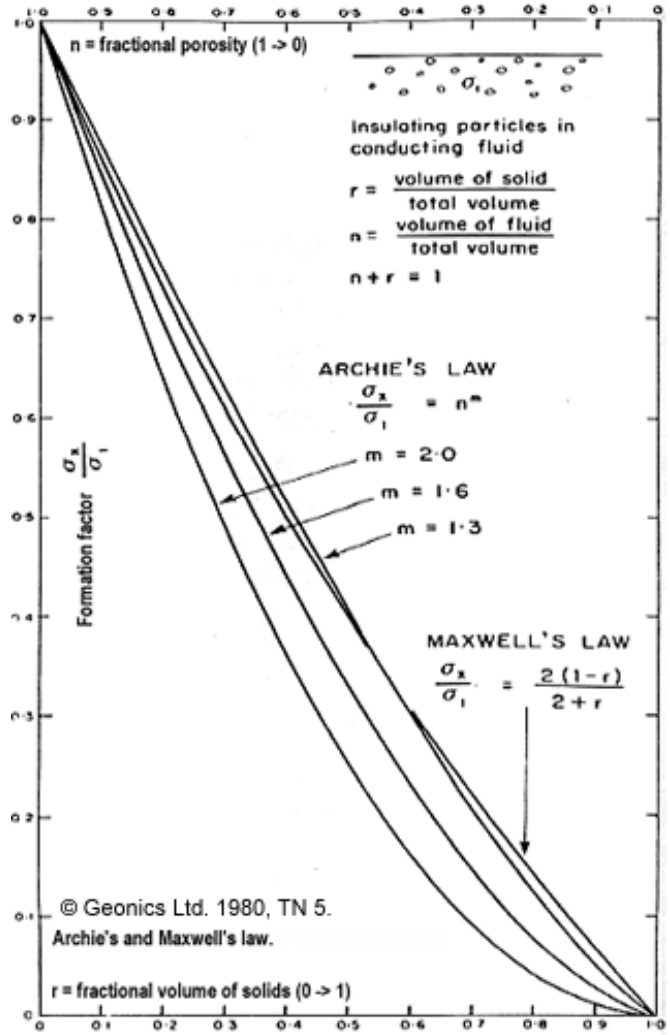
Table 4.1. Archie's law exponents (m) of different consolidated and nonconsolidated media

I. MEDIUM	Porosity Range	m, Archie's Exponent	*Reference*
clean sand	0.12-0.40	1.3	Archie (1942)
consolidated sandstones	0.12-0.35	1.8-2.0	
glass spheres	0.37-0.40	1.38	Wyllie and Gregory (1955)
binary sphere mixtures	0.147-0.29	1.31	
cylinders	0.33-0.43	1.47	
disks	0.34-0.45	1.46	
cubes	0.19-0.43	1.47	
prisms	0.36-0.52	1.63	
8 marine sands	0.35-0.50	1.39-1.58	Jackson et al. (1978)
glass beads (spheres)	0.33-0.37	1.20	
quartz sand	0.32-0.44	1.43	
rounded quartz sand	0.36-0.44	1.40	
shaley sand	0.41-0.48	1.52	
shell fragments	0.62-0.72	1.85	
fused glass beads	0.02-0.38	1.50	Sen et al. (1981)
fused glass beads	0.10-0.40	1.7	Schwartz and Kimminau (1987)
sandstone	0.05-0.22	1.9-3.7	Doyen (1988)
polydisperse glass beads	0.13-0.40	1.28-1.40	de Kuijper et al. (1996)
fused glass beads	0.10-0.30	1.6-1.8	Pengra and Wong (1999)
sandstones	0.07-0.22	1.6-2.0	
limestones	0.15-0.29	1.9-2.3	
Syporex®	0.80	3.8	Revil and Cathles III (1999)
Bulgarian altered tuff	0.15-0.39*	2.4-3.3	Revil et al. (2002)
Mexican altered tuff	0.50*	4.4	
glass beads	0.38-0.40	1.35	Friedman and Robinson (2002)
quartz sand	0.40-0.44	1.45	
tuff particles	0.60-0.64	1.66	

*connected (inter-granular) porosity

Confronto fra modelli empirici





Confronto fra modelli empirici

Table 1
Summary of some commoner mixing models for electrical conductivity

Name	References	Conducting phases		Equation	Notes
		Min.	Max.		
Parallel model	[1–3]	1	Many	$\sigma_{eff} = \sum_{i=1}^{N} \chi_i \sigma_i$	Parallel layers of constant arbitrary thickness with conductivity σ_i arranged axially to current flow. Arithmetic mean.
Perpendicular model	[1–3]	1	Many	$\frac{1}{\sigma_{eff}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\chi_i}{\sigma_i}$	Parallel layers of constant arbitrary thickness with conductivity σ_i arranged normally to current flow. Harmonic mean.
Random model	[5,6]	1	Many	$\sigma_{eff} \prod_{i=1}^{N} \sigma_i^{\chi_i}$	Arbitrary shaped and oriented volumes of conductivity σ_i distributed randomly. Geometric mean.
Hashin–Shtrikman upper bound	[1,10]	2	2	$\sigma_{eff+} = \sigma_2 \left(1 - \frac{3(1-\chi_2)(\sigma_2-\sigma_1)}{3\sigma_2 - \chi_2(\sigma_2-\sigma_1)}\right)$	Commonly denoted HS+. Derived from effective medium considerations.
Hashin–Shtrikman lower bound	[1,10]	2	2	$\sigma_{eff-} = \sigma_1 \left(1 + \frac{3\chi_2(\sigma_2-\sigma_1)}{3\sigma_1 + (1-\chi_2)(\sigma_2-\sigma_1)}\right)$	Commonly denoted HS−. Derived from effective medium considerations.
Waff model	[11]	2	2	$\sigma_{eff} = \frac{\sigma_2 + (\sigma_1-\sigma_2)(1-(2\chi_2/3))}{1 + (\chi_2/3)(\sigma_1/\sigma_2 - 1)}$	Based on concentric spheres of varying sizes with volume of core (fractional volume of phase 1) to volume of shell (fractional volume of phase 2) ratio constant. Functionally equivalent to HS+.
Modified brick-layer model	[18]	2	2	$\sigma_{eff} = \frac{\sigma_2(\sigma_2(\chi_1^{2/3}-1) - \sigma_1\chi_1^{2/3})}{\sigma_1(\chi_1 - \chi_1^{2/3}) - \sigma_2(\chi_1^{2/3} - \chi_1 - 1)}$	Modified to allow validity to be extended to cover the range $0.00 \le \chi_1 \le 1.00$ (0–100%). Almost coincident with HS+.
Conventional Archie's law	[1,24]	1	1	$\sigma_{eff} = C\sigma_2\chi_2^m$	Derived empirically, but provable analytically for special cases.
Modified Archie's law	This work	1	2	$\sigma_{eff} = \sigma_1(1-\chi_2)^p + \sigma_2\chi_2^m$ where $p = \frac{\log(1-\chi_2^m)}{\log(1-\chi_2)}$	Derived from the conventional Archie's law by considering boundary conditions implied by geometrical constraints.

Notes: σ_{eff} is the effective conductivity of the rock consisting of N different phases with individual conductivities σ_i, each present in volume fractions χ_i. For single and dual conducting phase models, the subscripts refer to the phase number. The values l, m and C are constant for any given porous medium/fluid system.